

**Gleichungssysteme aus
Textaufgaben erstellen**

Meist Mischungsaufgaben

Datei-Nr. 61 016

Stand: 5. Dezember 2015

Friedrich W. Buckel

INTERNETBIBLIOTHEK FÜR SCHULMATHEMATIK

www.mathe-cd.de

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Vorwort

(1) Behandlung dieser Themen in 6 ausführlichen Texten (mit vielen Trainingsaufgaben):

61011 Lineare Algebra Teil 1

1 Gleichung mit 2 oder 3 Unbekannten, 2 Gleichungen mit 3 Unbekannten.
Zuerst wird hier das Rechnen mit Paaren und Tripeln behandelt, ferner Linearkombinationen von Zeilen- oder Spaltenvektoren.
Außerdem wird gezeigt, wie man die hier besprochenen Gleichungen mit den CAS-Rechnern CASIO ClassPad und TI Nspire lösen lässt (ab Seite 29).

61012 Lineare Algebra Teil 2

2 oder 3 Gleichungen mit 2 Unbekannten.
Als Lösungsverfahren wird die Additionsmethode verwendet, aber auch zweireihige Determinanten und die Cramersche Regel.

61013 Lineare Algebra Teil 3

3 Gleichungen mit 3 Unbekannten.
Als Lösungsverfahren die Determinantenmethode und die Cramersche Regel verwendet. Es wird auch gezeigt, wie man CAS-Rechner einsetzen kann.
Außerdem: 4 Gleichungen mit 3 Unbekannten

61014 Lineare Algebra Teil 4

Gleichungen mit 4 Unbekannten (mit vierreihigen Determinanten).

61015 Lineare Algebra Teil 5

Gleichungssysteme mit Parametern.
Speziell: Berechnungsmethoden mit CAS-Rechnern !

61016 Lineare Algebra Teil 6 (Dieser Text)

Textaufgaben (meist Mischungsaufgaben), die auf lineare Gleichungssysteme führen.

(2) Der neue Text 61020 verzichtet ganz auf Determinanten und CAS-Rechner. Dort werden Gleichungssysteme durch Eliminationsverfahren gelöst.

61020 Trainingssheft für Schüler. Kompakt und doch sehr ausführlich.
Die wichtigsten Arten von Gleichungssystemen werden nur mit Elimination gelöst. Wer zwischendurch andere Verfahren sehen will, kann auf die oben genannten Texte zugreifen.

61051 Aufgabensammlung
Weitere Aufgaben mit ausführlichen Lösungen

(3) Die Lösung von Gleichungssystemen mit dem Gauß-Algorithmus (also mit Matrizen) wird in diesen Texten besprochen:

62011 3 oder 4 Gleichungen mit 3 oder 4 Unbekannten

62012 Gleichungssysteme mit Parametern

62041 Aufgabensammlung zum Gauß-Verfahren.

62112 Lösbarkeit linearer Gleichungssysteme

Aufgaben

(1) Tierkauf

Lösung Seite 13

Sabrina will im Zoogeschäft Tiere kaufen. Folgende Angebote findet sie vor:

Junger Hund	15 €
Junge Katze	1 €
Maus	0,25 €

Wie viele Tiere kann sie von jeder Sorte kaufen, wenn sie genau 100 Tiere benötigt und genau 100 € ausgeben will?

(2) Alkoholeinkauf

Lösung Seite 15

Ihr Ehemann Rainer will seinen Ärger darüber mit Alkohol wegsülen und geht deshalb in ein Spirituosengeschäft. Dort findet er dieses Angebot:

Sektflasche	10 €
Weinflasche	3 €
Bierflasche	0,5 €

Wie viele Flaschen kann er von jeder Sorte kaufen, wenn er genau 100 benötigt und genau 100 € ausgeben will?

(3) Saftmischung

Lösung Seite 17

Aus dreierlei Säften soll ein neuer gemischt werden.

Vorrätig sind das Getränk A mit 50% Fruchtgehalt, das Getränk B mit 40% Fruchtgehalt, und ein Getränk C mit 60% Fruchtgehalt.

Das Ziel ist ein Getränk D mit 50% Fruchtgehalt.

- a) Wie viel ml der Sorte C können für 1 Liter D höchstens verwendet werden?
- b) Wie kann man 1 Liter von D mit 14% Maracujagehalt aus den Sorten A, B und C mischen, wenn A 5%, B 10% und C 30% Maracuja enthalten?

(4) Blumendünger mischen (1)

Lösung Seite 19

Eine Gärtnerei möchte 10 kg Blumendünger D mischen, der 45% Kalium enthalten soll.

Zur Verfügung stehen ausschließlich vollständige Kg-Packungen der Düngersorten A, B und C.

	A	B	C
Kalium	40%	30%	50%
Stickstoff	50%	20%	30%
Phosphor	10%	50%	20%
Preis (€)	1,50	1,80	1,70

- a) Stelle ein lineares Gleichungssystem auf und löse es.
- b) Wie viele Möglichkeiten der Mischung für D gibt es?
- c) Welche mögliche Mischung ist am billigsten welche am teuersten?

(5) Blumendünger mischen (2)

Lösung Seite 22

Eine Gärtnerei möchte 20 kg Blumendünger mischen, der 50% Stickstoff enthalten soll.

Zur Verfügung stehen ausschließlich vollständige Kg-Packungen der Düngersorten A, B und C.

	A	B	C
Stickstoff	60%	20%	40%
Phosphor	20%	50%	30%
Preis (€)	2,0	1,50	1,80

- Stelle ein lineares Gleichungssystem auf und löse es.
- Wie viele Möglichkeiten der Mischung gibt es?
- Welche Mischung hat den höchsten Phosphorgehalt?
- Welche mögliche Mischung ist am billigsten, welche am teuersten?

(6) Legierungen mischen (1)

Lösung Seite 24

Edelstahl ist eine Legierung aus Eisen, Chrom und Nickel. V2A-Stahl besteht zu 74% aus Eisen. Aus den in der Tabelle angegebenen Legierungen A, B und C soll 1 Tonne V2A-Stahl hergestellt werden. Die einzelnen Legierungen werden nur kg-weise verarbeitet.

	A	B	C
Eisen	70%	76%	80%
Chrom	22%	18%	10%
Nickel	8%	8%	10%

- Stelle ein lineares Gleichungssystem auf und löse es.
- Wie viele Möglichkeiten der Mischung gibt es?
- Gib die Mischung mit dem höchsten Chromanteil an, wie hoch ist dieser Anteil?

(7) Legierungen mischen (2)

Lösung Seite 26

Die Firma M&MG Waren benötigt für ihre Propeller unterschiedliche Legierungen aus Aluminium, Chrom und Nickel. Diese Rohstoffe werden zur Einschmelzen unterschiedlicher Rohstoffe gewonnen. So werden die Rohstoffmischungen A, B und C in ganzen Tonnen eingeschmolzen.

Legierung A enthält 20% Nickel, 30% Chrom und 50% Aluminium.

Legierung B enthält 30% Nickel, 10% Chrom und 60% Aluminium.

Legierung C enthält 0% Nickel, 25% Chrom und 75% Aluminium.

Für die Herstellung eines Propellers mit dem Gewicht 45 t wünscht der Kunde eine Legierung mit 70% Aluminium.

- Wie viele Legierungsmöglichkeiten gibt es?
- Zum Einsatz in polaren Gewässern sollt der Chromanteil möglichst hoch sein. Bei welcher Legierung ist das der Fall?

(8) Disko-Mix

Lösung Seite 28

Niko will 25 Liter Bowle für die Disko mixen. Dafür hat er 45%igen Wodka, 10%igen Wein und alkoholfreien Fruchtsaft zur Verfügung. Die Getränke sind in Literflaschen abgefüllt. Es sollen stets ganze Flaschen verbraucht werden. Die Bowle soll 20% Alkohol haben.

- Stelle ein Gleichungssystem auf und löse es.
- Gib zwei verschiedene Mischungsverhältnisse für diese Bowle an.

(9) Futtermischung (1)

Lösung Seite 30

Ein landwirtschaftlicher Großbetrieb bezieht dreierlei Futtermischungen A B und C, die folgende Bestandteile enthalten:

	A	B	C
Kohlenhydrate	60%	80%	90%
Fett	10%	10%	5%
AB5	30%	10%	5%
Preis pro kg (€)	0,80	0,60	0,50

Es sollen 50 kg einer neuen Futtermischung D hergestellt werden, die einen Anteil AB5 von 12% hat.

- Erstelle ein lineares Gleichungssystem für die möglichen Mischungen und löse es.
- Wie viele Mischungen sind möglich, wenn die A, B und C nur kg-weise zur Verfügung stehen?
- Stelle eine Kostenfunktion für die möglichen Mischungen auf und berechne die Mischungen, die am preiswertesten bzw. am teuersten sind.
- Was kostet eine geeignete Mischung, in der gleich viel von A und C verwendet wird?

(10) Futtermischung mit 4 Bestandteilen

Lösung Seite 32

Eine Futtermittelversuchsanstalt experimentiert mit mehreren Bestandteilen für Tierfutter.

Sie verfügt über 4 von der Industrie gelieferte Fertigfutter, die folgende Bestandteile enthalten:

	A	B	C	D
Kohlehydrate	60%	70%	80%	90%
Fett	10%	20%	0%	5%
KC5	20%	10%	15%	0%
KC3	10%	0%	5%	5%

Das Ziel sind 40 kg einer Futtermischung Z, in der 75% Kohlehydrate vorkommen und 12,5% Fett. Es wird stets nur mit kg-Einheiten gearbeitet.

- Stelle ein lineares Gleichungssystem dafür auf und löse es.
- Wie viele möglichen Mischungen gibt es, und wie sehen sie aus?
Wie groß ist der Anteil an KC3 in dieser neuen Mischung?

(11) Müsli sind gesund

Lösung Seite 34

Ein Müslihersteller produzierte drei Müsliarten „Körnig“, „Fruchtig“ und „Kräftig“ als Kilogrammpackungen. Ihre Bestandteile kann man folgender Tabelle entnehmen:

	„Körnig“	„Kräftig“	„Fruchtig“
Weizenflocken	40%	50%	50%
Cornflakes	30%	20%	10%
Dörrobst	20%	30%	20%
Rosinen	10%	0%	20%

Um sein Sortiment zu erweitern will der Hersteller eine vierte Sorte aus den drei bisherigen Sorten zusammenmischen, die 25% Cornflakes enthalten soll.

- Wie viele kg-Packungen der drei alten Sorten benötigt er zur Produktion von 1 Tonne der neuen „Mischung „Sommer“? Stelle dazu ein lineares Gleichungssystem auf und berechne dessen Lösungsmenge.
- Wie viele Möglichkeiten zur Mischung hat der Hersteller?
- Welche Mischung hat den höchsten Rosinenanteil?
- Die Mischung ergibt 250 kg Rosinen auf 1000 kg „Sommer-Müsli“. Welche Mischung ist dann verwendet worden?
- Vom Müsli „Fruchtig“ wurden 100 kg für die Mischung benötigt. Welche Mengen der beiden anderen Zutaten wurden verwendet?
- Gib ein Beispiel für eine Menge des Müsli „Fruchtig“ an, die nicht zum gewünschten Cornflakesanteil der Mischung „Sommer“ führt. Begründe, warum dieser „Fruchtig“-Anteil nicht möglich sein kann.

(12) Computer gefragt

Lösung Seite 36

Die Computer AG baut vier verschiedene PC-Modelle, die wir A, B, C und D nennen.

Dazu werden Module, Lüfter, Schnittstellen und anderes benötigt. Hier die Stückliste:

	A	B	C	D	Vorrat
Modul	1	2	4	5	60
Lüfter	1	1	2	2	40
Schn.	2	3	4	5	90

- Wie viele und welche Modelle können aus diesem Vorrat noch gebaut werden, wenn alle Teile verbraucht werden sollen und die restlichen Teile ausreichend vorhanden sind?
- Wie viele PCs vom Modell A können maximal hergestellt werden?

(13) Schokolade macht glücklich

Lösung Seite 37

Die Firma Flindt stellt Schokolade aus 3 verschiedenen Rohmassen her. Neben Zucker bestehen die Rohmassen A, B und C aus Kakao, Kakaobutter und Milchpulver, wie diese Tabelle zeigt:

	A	B	C
Kakao	10%	30%	60%
Kakaobutter	30%	15%	10%
Milchpulver	30%	25%	5%

Die daraus herzustellende Nusschokolade soll 10% Nussanteil haben. Der Schokoladenanteil soll 40% Kakao betragen. Die angestrebte Produktion soll eine 500 kg Nusschokolade umfassen. Dazu sollen die drei Rohmassen nur kg-weise verarbeitet werden.

- Stelle ein lineares Gleichungssystem dazu auf und löse es.
- Wie viele Mischungsmöglichkeiten gibt es?
- Welche Zusammensetzungen eignen sich für eine Schokolade mit möglichst wenig Fettanteil (Kakaobutter)?

(14) Zuviel Kaffee ist ungesund

Lösung Seite 39

Ein Kaffeeröster stellt Kaffeemischungen verschiedener Preisklassen her.

Von einer Bohnensorte A kostet 1 kg im Verkauf 10 €, von Sorte B 12 € und von Sorte C 15 €. Er möchte eine Sorte D daraus zusammenmischen, die 14 kg pro kg kostet. Es darf grammweise gemischt werden.

- Stelle ein lineares Gleichungssystem dazu auf und löse es.
- Wie viele Mischungsmöglichkeiten gibt es?
- Zwischen welchen Anteilen der Sorte A an der Mischung kann man wählen?

(15) Bonbons für gute Mathe-Noten

Lösung Seite 40

Der Süßwarenhersteller Sweetlutsch will zu Ostern eine neue Mischungspackung Bonbons in die Märkte stellen. In jeder Tüte sollen Bonbons mit Zitronengeschmack, Erdbeergeschmack und Kirschgeschmack sein. Die Grundpreise pro kg sind für Zitronenbonbons 12 €, für Erdbeere 18 € und für Kirsche 15 €. Die neue Mischung „Sweet Easter“ soll in 100 g-Tüten verkauft werden und von jeder Sorte mindestens 2 enthalten und soll 1,65 € kosten. Das Gewicht eines Bonbons beträgt 5 g.

- Wie viele verschiedene Mischungen sind möglich und was enthalten sie?
- Wieso ist es nicht möglich, mindestens 4 Bonbons von jeder Sorte einzutüten?

(16) Bronzelegierung (Abitur 2005 BG BW)

Lösung Seite 42

Für eine Gedenkstatue soll eine Bronzelegierung mit einem Gehalt von 92% Kupfer, 7% Zinn und 1% Zink hergestellt werden. Zur Verfügung stehen:

- alte Kupfermünzen (Rohstoff I) mit 95% Kupfer, 4% Zinn und 1% Zink
- Glockenbronze (Rohstoff II) mit 75% Kupfer und 25% Zinn sowie
- Rotmessing (Rohstoff III) mit 90% Kupfer und 10% Zinn

Es sollen 100 kg der Statuenlegierung hergestellt werden.

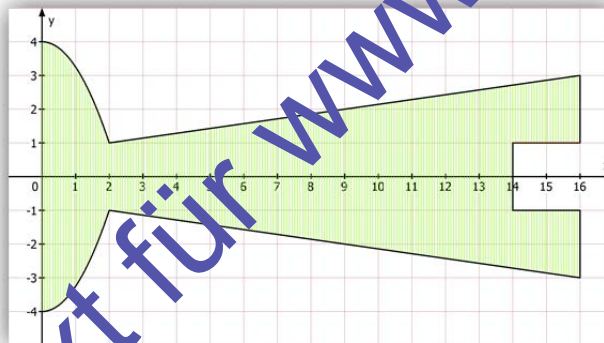
- a) Wie viel Kilogramm der Rohstoffe I, II und III sind notwendig, um die gewünschte Legierung herzustellen?
- b) Begründe, dass es nicht möglich ist, die Legierung nur aus Kupfermünzen und Glockenbronze herzustellen.
- c) Nun steht zusätzlich reines Kupfer als Rohstoff IV zur Verfügung. Welche Mengen der Rohstoffe II, III und IV sind nötig, wenn 50 kg Kupfermünzen eingeschmolzen werden sollen?
- d) Gib die Zusammensetzung einer Legierung aus Kupfer, Zinn und Zink an, die sich nicht aus den 4 Rohstoffen herstellen lässt. Begründe deine Wahl.

Demo-Text für www.mathematik.de

(17) Neusilber (Abitur 2012 BG BW)

Lösung Seite 44

- 2.1 Neusilber ist eine Legierung aus 63% Kupfer, 11% Nickel und 26% Zink.
Als Ausgangsstoffe für die Herstellung von Neusilber stehen alte Gedenkmünzen, altes Tafelsilber und Messing zur Verfügung.
- Die Gedenkmünzen bestehen aus 62% Kupfer, 18% Nickel und 20% Zink.
Das Tafelbesteck besteht aus 60% Kupfer, 12% Nickel und 28% Zink.
Messing besteht aus 72% Kupfer und 28% Zink.
- 2.1.1 Berechnen Sie, wie viel Kilogramm der drei Ausgangsstoffe jeweils eingesetzt werden müssen, um 20 kg Neusilber zu erhalten.
- 2.1.2 Es stehen nur 4 kg Gedenkmünzen zur Verfügung. Tafelbesteck und Messing sind in ausreichender Menge vorhanden.
Wie viel Neusilber kann damit hergestellt werden?
- 2.2 Für Kerzen mit einem Durchmesser von 2 cm soll aus Neusilber ein rotationssymmetrischer Kerzenständer hergestellt werden. Die folgende Abbildung zeigt den Längsschnitt des Kerzenständers.



Der Rand des Längsschnittes besteht aus Geraden- und Parabelstücken.

Die Dichte von Neusilber beträgt $8,7 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$

Berechnen Sie den Bedarf an Neusilber für diesen Kerzenständer.

(18) Bootsverleih (Abitur 2015 BG BW)

Lösung Seite 46

In einem Bootsverleih kann man sich Boote verschiedenen Typs ausleihen.
Die entsprechenden Preise sind in der nachfolgenden Tabelle aufgelistet.

Bootstyp	Preis je Stunde
Motorboot	35 €
Elektroboot	25 €
Tretboot	10 €

- 1.1.1 An einem heißen Sommertag sind alle verfügbaren 48 Boote gleichzeitig ausgeliehen.
Die Einnahmen nach einer Stunde betragen 980 €.
Die Anzahl der Tretboote ist doppelt so groß wie die Anzahl der Motorboote.
Wie viele Motor-, Elektro- und Tretboote besitzt der Bootsverleih jeweils?
- 1.1.2 In den letzten Abendstunden lässt der Besucherstrom nach.
In der letzten Stunde sind nur noch 25 Boote auf dem See, und die Einnahmen belaufen sich in dieser Stunde auf 525 €.
Wie viele Motorboote sind nun mindestens unterwegs?

(Ganze Aufgabe im Text 74014)

Demo-Text für www.mathe-cc.de

(19) Saftmischungen

Lösung Seite 49

Ein Großhändlerhändler besitzt folgende Saftmischungen A, B und C:

	A	B	C
Ananas	30%	10%	15%
Kirsche	15%	20%	15%
Maracuja	15%	10%	30%

Er benötigt 20 Liter einer Saftmischung mit 20% Fruchtanteil.

Die Saftmischungen A, B und C können nur literweise verwendet werden.

- Wie viele solche Mischungen sind möglich?
Gib eine davon an.
- Wie hoch ist der Gesamtfruchtanteil dieser Mischung?

Demo-Text für www.mathe-cd.de

Lösungen

Auch mit Screenshots der CAS-Rechner

CASIO ClassPad und TI Nspire

Demo-Text für www.mathe-cd.de